

# 主体的学習を生かす複式授業の環境設計(1): 言葉への見直しを引き出す作図環境

高橋 伸幸

(北海道教育大学函館校)

Design of learning environment for multigrade instructions utilizing autonomous learning (1):  
Drawing figure environment inducing renewal of word meaning.

Nobuyuki TAKAHASHI

## 【概要】

大学教育における、作図を主要な共通活動として用いる複式授業での経験を分析して、初等・中等教育での複式授業環境の設計につながる経験的枠組みの考察を試みた。学生が主体的にテーマを選択した課題の演習と報告をもとめる活動を補習として実施している。補習に参加した複数の授業科目を受講している学生は、個々の授業目標に向かって学生ごとの、学習目標設定に向けた自己分析・目標設定・目標精密化・行動実践・行動結果記述・行動結果の客観化・学習評価に取り組む中で、各自の段階に応じた活動をしつつ、他の異なる学習目標を持ち、異なる学習段階にある学生の学習経過発表に参加する。他の学生の学習目標の説明を受け入れつつも、個別の課題への狭い認識しか持てない学生が、直ちに他の学生の興味関心の基盤を理解することは難しい。そのような状況で、共通の学習基盤を準備し、異なる学習課題間の共通の検討基盤を与えるものは、異なる課題の間に共通の問題構造と分析方法、及び、実践方法があることの「発見」であると予想される。ここでは、「発見」の基盤が、言葉のネットワークに組み込まれた表と図形であるとの着想に基づき、そのような言葉と表と図形の関係が学生に「発見」を生む現象の観察と分析から、そのような「発見」を容易化する作図環境について検討した。言語記述や数式記述に対応する内容を幾何学的な形として認知出来るように言葉や数値を配置した図形的要素を持った表として描くことが出来る環境が学生の理解増進に効果的であるという仮説が得られた。さらに、作図環境の学習への効果について得られた仮説を実証的に検証するため、言葉と表と図形の関係に学生の意識が集中するように設計した教材と指導法の例を提案する。

## 序論：

小規模校における複式授業を効果的なものにするための授業法の開発は先進国 (Smit 2012) と発展途上国 (Little 2001) のいずれにおいても重要な課題であり、その緊急度は都市化に伴う過疎過密の世界規模での進行により加速的に増加している。複式学級の不均質性への対応は、学年ごとの学習内容が精密に組み立てられている先進国において困難性が高く、Differentiated instruction (DI) 等、個別の生徒に適応した教授方略の設定がもくろまれている (Smit 2012)。

個別の学習者に適応した指導を並行的に行うことは教師の困難を増加させる。そのような困難を減少させる方略として、学習者の主体性を生かした授業法が試されている。ここでは、初等・中等教育への適用可能性に配慮して、self-directed learning といった特別の仕掛けを設ける教授法ではなく、通常の一斉授業の枠内で可能な指導法を考察してみたい。筆者はself-directed learningの枠組みを多くの授業に持ち込んでいるが、ここでは、そのような課題設定の基で不均質性を増大させた学生の指導を実態としつつ

も、そのような主体的課題設定とは直接関わらない、学習対象への取り組み方法を中心課題としている。

複式授業を効果的にする方略の要は異なる学習目標を持つ学習主体間のコミュニケーションを有効なものとするところにある。授業の本質はコミュニケーションである。複式授業においては、学習者が異なる学習目標を持ち、異なる学習段階にあるため、教師の指導が、個々の学習者 (グループ) 毎に異なるものとなり、指導の時間、資源等が分散するリスクを持つ。学習者の側から見て、他の学習者 (グループ) とのコミュニケーションが難しくなり、他の学習テーマが教室の中心課題となっているとき、積極的に参加出来ない。

一方、異なる主体が異なるテーマについてコミュニケーションすることが、可能であり、有効でもあることは、初等・中等教育とは離れた例であるが、異分野の次世代研究テーマのシンポジウム等の開催趣旨と議論の活発さに現れている。そのような分野の枠組みを超えた興味や理解の形成は自己の興味関心の発展への強い意識に支えられていて、初等・中等教育の学習者に直ちに適用できない。他者のテーマへの強い関心は、直前の例では、「次世代テーマ

の探索」という参加者共通の意識によって方向づけられている。初等・中等教育においても、そのような、学習単元を超えた「共通活動」が設定出来る事が、教師の学習者への働きかけの一貫性や不偏性を容易にする。

初等・中等教育の学習者は、目前の学習対象に特化して関心を励起し、記憶を想起するので、学習単元を超えた「共通活動」として、その場にはない将来の学習目標や、目前の学習対象を包み込む、より広い概念への関心に基づく活動を期待する事はできない。そのような状況の学習者が関心を示し、理解にむけて、分からないなりに思考を集中させ、その継続を維持出来るものは、眼前に明確に記述され、表現された、言葉や図形以外にない。

ここでは、学習者の関心を最も強く喚起する、実体験や、直接観察、対象・現象のビデオ、等は主たる分析対象から除外する。これらの直接的体験は学習者の意識をその教材に特化させてしまい、ここで議論している、「異なる」と学習者が感じる他者のテーマへの興味関心を育てることにつながっても、自己の興味関心との関係を想起することにはつながらない場合を想定している。ここでは、初等・中等教育の初学者を最終的な対象と想定するので、そのような異なるテーマについての直接的体験に、自己のテーマに関係する普遍的・抽象性の高い共通性を連想する事は容易でない場合を設定している。

本研究では、複式授業において、学習者の主体的な活動を保証し、指導者の指導内容・時間分散のリスクを軽減する上で有効な活動内容を可能とする授業環境資源の設計方法を明らかにすることを最終目標として、大学教育における、作図を主要な共通活動として用いる複式授業での経験を分析して、初等・中等教育での複式授業環境の設計に応用可能な基礎的知見を得ることを試みる。検討対象として、学生が主体的に選択したテーマを中心として構成する課題の演習と報告書を発表する複式の補習活動を分析した。

複式の補習活動における学習者間のコミュニケーションが進行する現象の観察と分析から、そのような発見を容易化する作図環境について検討して、検証可能な仮説を得ることを目的とした。ここでは、作図にコンピュータを用いるかどうかという検討に入る以前の、作表と作図で学生に何を発見させるのかという個別の問題を分析して、授業設計のために必要な資源を特定することを目標とした。

本論文では、既に一部を公表した、手書きと電子的作図の比較（高橋 2013）を、手書き作図の場合について、学生の発表をより詳細に述べ、表としての理解と、グラフとしての形の認識の関係について検討する。手書きと電子的作図の比較（高橋 2013）は、学習上の困難に際して学習者が新しい学びに主体的に取り組んで困難を乗り越えていく基盤的要素として、図解技能を取り上げ、図解技能を効果的に身につけるための作図環境を手書き作図を基本とした授業と、コンピュータを用いて電子的作図を積極的に用いた授業との比較で検討したもので、特に、異なる現象に

共通の図形を発見させる演習が、経験の不十分な現象への取り組みの方法として効果があると提案している。

## 材料：

作図環境が手書きの複式補習授業から学習エピソードを抽出して分析する。表1に今回分析した学習エピソードを示す。個人の特定を避けるため授業科目名と対応した形で学生の例出はしない。複式補習授業は通常の休講を代替する補講ではなく、15週の講義以外に欠席学生の補習用に開かれている補講である。

作図環境は手書き（フリーハンドと製図）を用いる場合の学習エピソードを抽出する。

表1 学習エピソード

学習エピソード	学習上の発見	学習での作業内容
「ガウス少年の足し算」	手書きの数値配列から幾何学的な配置と数式の対応を発見	物理学の導入授業として、微分方程式を差分近似（足し算）で解く
「数字の無い時代の数え方」	2進法と5進法の記録術の比較から、図形から記号への進化の様子を発見	世界各地の5進法的な記法を参考に2進法を図解する
「円と正方形は同じ図形」	有限な格子状平面での作図で、無限を前提とした数学と違う前提条件を発見	コンピュータの描く最小の円は正方形になることを図解
「比例と2次関数と指数関数」	1次関数的増加予測を特徴とする人間特有の認識と異なる関数の比例関係を発見	独立変数を時間にとる場合と変化の回数にとる場合で結果が2次関数から指数関数に変わる

## 方法：言葉と図形の関係が異なる学習エピソードについて学習プロセスの比較

複数の学習エピソードから教師の教材提供と学習指示、及び、学生の発言と記述を抽出して、授業展開の容易さの観点から、言葉と図形の関係が、教師と学生にとって変化した様子を分析した。学習エピソードごとに作図環境との関係を分析した上で、異なる学習エピソードにおける、作図環境の影響の共通性を分析した。

学習エピソードの主題を分析するために、授業科目名を明示して教材を分析する。教材を分析するときは学生の学習状況と学習結果について学生個別の記述をしない。

表1の最初の学習エピソード「ガウス少年の足し算」は手書きと表計算ソフトでの数値配列から幾何学的な配置と数式の対応を発見することをもくろんだものである。

コラム1：学習エピソード「ガウス少年の足し算」

\*\*\*\*\*

ガウス少年は、教師が指示した1から100までの足し算を次のような考えで瞬く間に計算してしまった。1から4の足し算を例として計算してみよう。

$$1 + 2 + 3 + 4 = ((1 + 4) \times 4) / 2 \quad (1)$$

左辺の多項式の計算と、右辺の単項式の計算が等しくなる理由を図解しよう。

\*\*\*\*\*

結果：

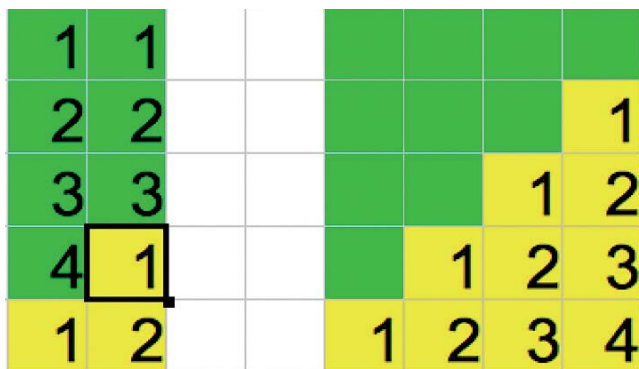
補習に参加した学生は個々の授業目標に向かって学生ごとの学習目標設定に向けた自己分析・目標設定・目標精密化・行動実践・行動結果記述・行動結果の客観化・学習評価に取り組む中で、各自の段階に応じた活動をしつつ、他の異なる学習目標を持ち、異なる学習段階にある学生の学習経過発表に参加した。他の学生の学習目標の説明を受け入れつつも、個別の課題への狭い認識しか持てない学生が、直ちに他の学生の興味関心の基盤を理解することは難しかった。

学習エピソード「ガウス少年の足し算」で配布テキストに示した課題をコラム1に、説明図を図1に示す。この学習エピソードは、1年生を主な対象とする物理学Iの導入部分で扱われ、さらに、2年生を対象とする計算機シミュレーションIでその基本的な数値積分法との対比で取り上げられる。

	A	B	C	D	E	F	G	H
1						1		
2					1	2		
3				1	2	3		
4			1	2	3	4		10

図1. 式(1)に対応した作図のヒントとして示した図形。表計算ソフトを使用。

手書き作図を基本とした授業ではヒントとして示した数値の配列を様々に分割、くくった考え方が出た。学生は数字を記入した正方形を積み重ねる作図を中心に発表した。ここでは図の内容を明瞭に読み取れるようにするため、便宜上、手書きの作図に対応した表計算ソフトを用いた図を示す。図2(a)に示す、足す数値の数(左辺の項数)が偶数の場合にだけ成り立つ図を示す学生、図2(b)に示す、計算式と普遍的に対応する数値配置を発表する学生が一方、計算式と一般には対応しない配置を描く学生や、適当な配置を描くことが出来ない学生もいた。この課題は、左辺の項が1次関数的に増加し、求める和が2次関数的に



(a) (b)  
図2. 式(1)の計算が正しい結果を与えることを示す図解の例。

(a) 階段状に配置したパネルの集まりを左右に分割して、一方を反転させて重ねると長方形になることを示す図形。足す数が偶数の場合に適用出来る。(b) 階段状に配置したパネルの集まりを、複製して反転して重ねると、2倍の枚数のパネルからなる長方形が出来ることを示す図形。足す数が奇数でも偶数でも適用出来る。

増加するので、関数や微積分への理解につながる。実際、物理学Iの内容として取り組む場合は、等加速度運動と放物線の理解の形成をもくろんで、この課題が早い段階で実施されている。

この学習エピソードを学習目標に含まない学生は、物理学Iを履修済みの学生と履修していない他専攻の学生からなる。そのような状況で、共通の学習基盤を準備し、異なる学習課題間の共通の検討基盤を与える有力な道具は、異なる課題の間に共通の問題構造と分析方法、及び、実践方法があることを他の学習者に明示する図表であった。しかし、学習対象に対して、ある側面から単純化と抽象化がなされている図表から、そのような個別の学習対象を超えた認識を得るためには、基礎知識と豊富な経験に裏付けられた、学習者個体に生ずる「発見」が必要であった。

「発見」する技能の育成は明確化が難しい。筆者は、「発見」の基盤が、言葉のネットワークに組み込まれた表と図形であるとの仮説を立てる。そのような言葉と言葉の関係、言葉と数値の関係、数値と数値の関係、が空間的に配置された「表」と、「表」に組み込まれた数値の空間的認識と、それをグラフ化した図形の幾何学的認識との関係が学生に発見を生むと考える。次節で今回得られた仮説を検証する方略について検討する。

その前に、今回議論した内容についてコンピュータを使用する効果について触れておきたい。前述の学習エピソードのような表の数値の配置が対称性を持っていて簡単な場合にはコンピュータの利用は効果的とは言えない。現在のコンピュータは情報の入出力にキーボードやマウス等の特殊なインターフェースを必要とするため、学習者の能力のかなりの部分が特殊なインターフェースへの対応に使われ、本来の学習内容に使用出来る能力が減少してしまう。

扱われる概念を表す言葉が複雑なネットワークを持ち、それを表現する数値の配列も複雑であったり、データの個数が数十、数百と多い場合のようなケースではコンピュータを用いる事が有用な可能性がある。

このような観点から、コンピュータを用いて電子的作図を積極的に用いた授業との比較をすることは、今後に残された課題である。

### 言葉と図形の関係が学生に発見を生む授業の設計： 学習エピソード「増加（減少）と傾き」と「分布」

前節で言語記述や数式記述に対応する内容を幾何学的な形として認知出来るように言葉や数値を配置した図形的要素を持った表として描くことが出来る環境が学生の理解増進に効果的であるという仮説が得られた。この作図環境の学習への効果について得られた仮説を実証的に検証するため、言葉と図形の関係に学生の意識が集中するように設計した教材と指導法の例を提案する。ここでは発見を容易化する作図環境として表計算ソフトを取り上げる。表計算ソフトを用いた個別データから度数分布への変換プロセスの視覚化を材料として、作図環境の学習への効果について得られた知見を検証することを検討する。

ここでは「増加（減少）」と「傾き」という二つの言葉の関係が「量」の変化を分析・予測する普遍的な関係式を構成していることを学生が気付くことを意図した授業を設計することを試みる。多様な量の関係を表すグラフを形として幾何学的に見ることにより、学生は幾何学的な見方である「傾き」が算術的な表現である「増加」と「増加率」の関係を明確にイメージするための手がかりになることに気付く。

数学の教科内容としての2次関数の増加率が1次関数になることや、指数関数の増加率が指数関数になることが比例として表現できることは、グラフの傾きの観察を通して学生が乗り越えることが期待される典型的な例である〔高橋2012〕が、問題の設定が始めから抽象化されていて、そのような数学的な考え方に慣れて好む学生には容易に受け入れられるが、そうでない学生には自分との関係が分かり難く、学習の動機付けが難しい課題である。

ここでは、そのような数学的に抽象化された対象として把握する前に、身近な日常的な話題から接近する例を取り上げてみる。このような教材を設計するにあたって、二つの型に分けて考える。一つは、対象が同じで時間や空間の変化に伴って近似的に連続に変化する型である。ボールや自動車の速度のようなものがこのような分類の中でも単純な構造を持っている。しかし、ボールと自動車では、制御する人間を対象の一部と捉えれば、その複雑さは大きく異なる。さらにこの型に分類されるものとして、函館市の人口を取り上げれば、確かに同じ型に分類されるが、ミクロに見ると、ここの居住者の出入りや出生死亡という不連続な変化の積分としての連続性であることが分かる。

第2の型は、対象を観測記述する変数が時間や空間の次

元を持っていても、それが区間を意味していて、各区間についてみると、人口の例での「函館」のように指標としての意味を持っていて、異なる区間に属する元データには直接的な関係がないものである。例として、学級内での生徒の身長分布等である。

普段の生活において、対象とする量が増加したり減少したりすることを見聞きし、気にしていても、このような型の違いを明確に意識して考えている訳ではない。そのため、特定の対象を取り扱う課題に取り組む学習者は、これまでの体験で身近な現象を考える基盤とするときに、異なる型に属する対象をとりあげて混乱してしまう場合が多い。

第1の型に属する対象の増加減少と傾きの関係は比較的学習例が豊富に報告されているので、ここでは、第2の型に属するデータの度数分布表を作成してグラフ化する課題の設計例を示す。

コラム2と図3に、「表計算ソフトを用いた成績等の数値データ処理」という比較的身近なテーマを中心に据えた「情報機器の操作」のテキスト（課題演習の目標例示）を示す。課題の数学的な内容がグラフを幾何学的に捉えることを含むことは授業目標に直接示されていない。数値の一覧表の処理は数値の平均値との比較や度数分布のどこに当該データが属しているか、個々のデータとデータ全体との関係性を示すことが目的であるので、通常は単なる処理の問題であって、処理手続きを覚えて繰り返し実行するだけの作業であると考えやすい。しかし、度数分布表を作成する手順を理解したり、表計算ソフトで実行する手続きを自分で組み立てようとすると、目で見て数えあげる、普段無意識に行っている手続きを、意識して順序立てて行うことになり、自分がそのようなデータの列の個々の数値の配置（概念化して捉えればデータ構造）が、単純な表形式から度数分布表への変換に際してどのように変化するのか、明確に捉えていないことに気がつく。この授業では、指示された通りの度数分布表作成手続きを、作業を繰り返すことで、経験として記憶にとどめて、必要に応じて使い続けることを意図している。

記憶に残る経験とするために、出来るだけ早期に、指示された通りに単純労働として入力作業する意識から、目標の全体を意識して、途中の段階で、段階ごとの簡単な目標を達成するための作業手順の組み立てを自分で試行する意識へと学習者が成長することを授業構成の方略とした。この方略達成のため、表計算ソフトで度数分布表を作成する課題に取り組む前に、ワープロソフトの練習課題として、コラム2の研究概要の作成（模倣）に取り組ませた。この研究概要に取り組むことにより、内容は十分理解出来なくても、度数分布表が、研究概要の作成という意味のある一連の作業の一部として存在していることが記憶される。

さらに、一度目の度数分布表の作成後、二度目は、学習者各自の興味関心に基づき、選択肢の中から一度目と異なるデータを学習者に選択させる。選択されたデータが一度

コラム2：授業科目「情報機器の操作」でワープロソフトの入力練習に用いた例文（一部改変）

\*\*\*\*\*

港湾都市の国際比較による地域の基幹産業の考察：  
形に着目した言葉の見直しを手がかりとして

北海道教育大学函館校 高橋伸幸

Summary

函館、ハリファクス、リユーベック、マルメの基幹産業と高等教育の推移を、各都市が属する国の基幹産業の世界的な位置づけの分析と各都市の地理的環境に基づき考察して、その経済的な自立性と都市としての居住快適性の再生の可能性を論じる。夕張とポーfumについて同様な考察を行う事により、内陸部の都市と比較して、その考察の検証を試みる。

Introduction

函館、ハリファクス、リユーベック、マルメは日本、カナダ、ドイツ、スウェーデンにおいて、歴史あるほぼ同規模の港湾都市である。多くの港湾都市は各国の政治経済に占める重要性において、歴史的に最盛期を経て現在に至っている [Hoyle 2000]。(中略)

本研究では、国家単位的生活水準と教育水準の違いが、各国の世界経済へ果たす役割とどう関わっているかを分析的に見る事により、現在までの日本の世界経済への役割の変化による産業基盤指標の経年変化の特徴的な形を見出す。この産業基盤指標の経年変化の特徴的な形を基に、国全体の産業基盤指標が港湾都市の産業基盤の指標とどのような関係にあるか、各都市の地理的環境に基づき考察して、指標の示す時間的推移の特徴的な形を表現する言葉の見直しによって新たな視点による港湾都市の産業指標の予測を行う。これにより、函館の基幹産業の将来予測をどのように考えていけば良いか、その基礎的な観点を得る事を目的とする。

Method

国家単位的生活水準と教育水準の違いはWorld Bankが提供するHuman Development Index (HDI) とExpected Years of Schoolingにより評価する (World Bank 2012)。港湾都市の経済的な活力は、年間の輸送量の指標と比較する。都市の教育機能は博物館の入場者数を指標とする。さらに、高等教育機関の活性化は大学の学生数、研究機能は大学と研究機関への他機関からの訪問研究者数を指標として比較する。地理的環境の評価は港湾を中心として沿岸部の構造と近海の潮流の特徴を図形化して比較する。図形化した港湾の構造的特徴を言葉で表現する事により、各都市

の特徴を新たに評価する。

Result

Table 1にWorld Bankが提供するHuman Development Index (HDI) [World Bank 2012] の2012年版の上記4国の抜粋を示す。国家レベルでの生活水準がHDIで表現されると論じられている。Figure 1に世界における186カ国の修学年数期待値の分布を示す。

Table 1 Human Development Index HDI (2012)

HDI rank	name	HDI Value	Life Expectancy at Birth	mean Years of Schooling	Expected Years of Schooling
5	Germany	0.92	80.6	12.2	16.4
7	Sweden	0.916	81.6	11.7	16
10	Japan	0.912	83.6	11.6	15.3
11	Canada	0.911	81.1	12.3	15.1

国家数

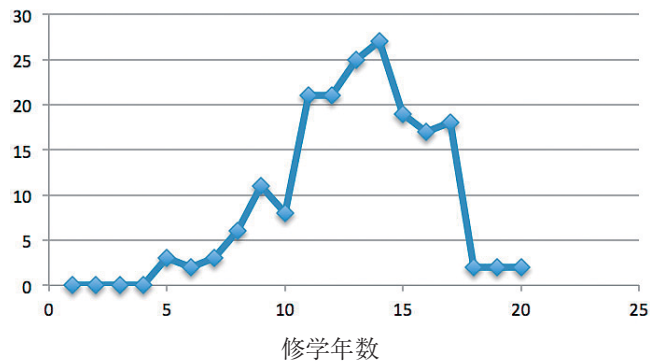


Figure 1 修学年数予測

Reference

[World Bank 2012] <http://hdr.undp.org/en/statistics/hdi>.

Hoyle, B. (2000) - GLOBAL AND LOCAL CHANGE ON THE PORT-CITY WATERFRONT. Geographical Review, 90 (3) , 395-417.

Hesse, M., & Rodrigue, J. P. (2004) . The transport geography of logistics and freight distribution. Journal of transport geography, 12 (3) , 171-184.

<sup>1</sup>この研究概要はこの授業のために例示として作成されたもので、不十分である。

\*\*\*\*\*



目に作業したデータと同じ初期構造を持つことことをたよりに学生自らデータの加工作業を行う。そこで、一度目は国別のデータを処理し、二度目も他のカテゴリーの国別データを扱う。

ここで課題の要点としたのは、指標の順に並んでいるデータ配列から、データの値の順に並んでいるデータ配列に変更することで、区間ごとの個別データが見えるようにして、度数分布の意味が視覚から印象づけられるように設定したことである。グラフの形を幾何学的に見るときに、その背後に、データの値の順番に並び替えられた数値の列が想像出来るようになることを意図している。

このように、想像力とは、天賦の才としてのひらめきのようなものではなく、グラフの横軸が区間になったときに、変数としては一つに見える区間に、元データは複数個入っているのだという体験の記憶想起に基づくことを学生に知ってほしい。

### 考察：

本論文で得られた仮説：言語記述や数式記述に対応する内容を幾何学的な形として認知出来るように言葉や数値を配置した図形的要素を持った表として描くことが出来る環境が学生の理解増進に効果的である、を検討してみたい。

この仮説は、学習エピソード「ガウス少年の足し算」を中心として、他の学習エピソードとの比較から生まれたものである。その過程で表計算ソフトの使用は必須ではないが重要な役割を果たした。表計算ソフトは計算過程を図形化して認識する道具として、数学等の図解技能の獲得に役立つ可能性がある。数学の授業にグラフ描画を活用することは標準的であり、ICTツールを用いた授業展開も活発に検討されている。グラフ電卓を取り入れる取り組み（梅野善雄 2000）は、国際的にも実績がある（Artigue 2002）。これらの取り組みは、学習対象としての関数そのものの描画をICT化等で容易化することで、学習者の支援を行おうとするものである。これに対して、本論文では、計算過程を学習者が視覚化して捉えるという側面（Doorman 2012）から、新しい方法論を提示している。

### まとめ：

大学における複式授業形式の補習授業の中で、異なる到達目標を持つ学生の学習目標の説明を受け入れ、個別の課題への興味関心の基盤を理解することは学生にとって難しい。そのような状況で、共通の学習基盤を準備し、異なる学習課題間の共通の検討基盤を与える、異なる課題間の共通の問題構造と分析方法、及び、実践方法の「発見」の基盤が、言葉のネットワークに組み込まれた表と図形であるとの着想に基づき、そのような言葉と表と図形の関係が学生に「発見」を生む現象の観察と分析を行い、図解技能を効果的に身につけるための作図環境を検討した。手書き作

図を基本とした授業で、数字を記入した正方形を積み重ねる作図を中心に検討した。言語記述や数式記述に対応する内容を幾何学的な形として認知出来るように言葉や数値を配置した図形的要素を持った表として描くことが出来る環境が学生の理解増進に効果的であるとの仮説を得、この仮説を実証的に検証し得る授業の設計案を提案した。今後、今回提案した授業設計法に基づき、地域の課題を発見させる演習を企画して、その効果を分析し、経験の不十分な課題への取り組みの方法として効果がある可能性を検証していきたい。

### 文献：

- Little, A. W. (2001). Multigrade teaching: towards an international research and policy agenda. *International Journal of Educational Development* 21 (6), 481-497.
- Smit, R. and Winfried H. (2012). Differentiated instruction in small schools. *Teaching and Teacher Education* 28 (8), 1152-1162.
- 高橋 伸幸, 今野 英明 (2013). 主体的学習参加の基盤を準備する作図環境. PCカンファレンス北海道2013論文集, 39-40.
- 梅野善雄. (2000). グラフ電卓が切り開く数学教育の新世界. *日本数学教育学会高専・大学部会論文誌*, 7 (1), 1-20.
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7 (3), 245-274.
- Doorman, M., Drijvers, P., Gravemeijer, K., Boon, P., & Reed, H. (2012). Tool use and the development of the function concept: from repeated calculations to functional thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10 (6), 1243-1267.